TEKST DAVID SCHRAGER[1]

VOLATILITEIT, EEN NIEUWE TREND IN RISICOMANAGEMENT?

De toekomstige invoering van Fair Value-verslaglegging, en tevens het nieuwe FTK, heeft ervoor gezorgd dat actuarissen zich bewust zijn van de embedded opties in hun verzekeringsverplichtingen. Deze opties, zoals onder andere rentegaranties, winstdeling en mogelijke vervroegde aflossing, vertegenwoordigen een aanzienlijke economische waarde. In dit artikel gaat David Schrager in op het risicomanagement van deze opties en de rol daarin van stochastische volatiliteit.

Het moge duidelijk zijn dat embedded opties hun waarde niet hebben verkregen vanwege het invoeren van Fair Value-verslagleggingsregels. Ze hebben altijd waarde vertegenwoordigd, de verslagleggingsregels waren alleen niet in staat deze waarde op een juiste manier weer te geven. Over het gevaar van deze opties is in dit medium geschreven door onder andere Bouwknegt (2001 en 2003).

Het financiële element van embedded opties dient gewaardeerd te worden met een flinke dosis optietheorie. Een uitgebreide introductie in de optietheorie is beschikbaar in Hull (2005). Een call/put-optie op een aandeel of een rente (een swaption is een optie op de swaprente) kan gewaardeerd worden met de Black-Scholes-formule. Naast de forward prijs van het onderliggende instrument is de belangrijkste determinant van de prijs van een derivaat de volatiliteit van het onderliggende instrument. Met volatiliteit wordt bedoeld de standaarddeviatie van de logrendementen. Kortweg gezegd, verandert een optie in waarde op het moment dat de onderliggende in waarde verandert, maar ook als de volatiliteit verandert. Omgekeerd kan men gegeven de marktprijs van een optie ook een impliciete volatiliteit (*implied volatility*) afleiden door de Black-Scholes-formule te inverteren. Deze implied volatility geeft de mening van de markt over de grootte van toekomstige renteveranderingen.

STOCHASTISCHE VOLATILITEIT EN HEDGING

Dat niet alleen de rente zelf afhankelijk is van marktomstandigheden maar ook de volatiliteit daarvan, wordt geïllustreerd in figuur 1a en 1b waar zowel de eenjarige swaprente als de impliciete volatiliteit van die swaprente is uitgezet voor de periode november 1996 tot november 2004. Het is duidelijk dat de volatiliteit zeer veranderlijk is. Dit geldt zelfs op zeer korte termijn, getuige de pieken in herfst 1998 en zomer 2003.

Zonder in detail te treden, is een van de belangrijkste implicaties van de afleiding van de Black-Scholes-formule dat, als de volatiliteit constant is, het risico van een optie gemanaged kan worden door dynamisch te hedgen. Dit wil zeggen dat veranderingen in de waarde van een optie kunnen worden opgevangen door een dynamische beleggingsstrategie bestaande uit beleggingen in het onderliggende instrument.

Deze strategie heeft als doel de uitbetaling van de optie te repliceren, het is een 'replicerende portefeuille'. De ratio van het onderliggende instrument ten opzichte van de optie in deze strategie, wordt in de financiële literatuur 'delta' genoemd, de strategie zelf 'delta hedging'. De waarde van delta is een bijproduct van de Black-Scholes-formule en wordt, net als de waarde van de optie, voor een belangrijk deel bepaald door de volatiliteit. Het succes van delta hedging hangt sterk af van de frequentie waarmee de beleggingsstrategie wordt bijgesteld en van een goede schatting van de volatiliteit.

Bij het hedgen van een ingewikkeld derivaat, zoals de meeste embedded opties, kan de replicerende portefeuille niet alleen bestaan uit het onderliggende instrument maar ook uit standaard call/put-optiecontracten. Dit laatste is nodig om het risico van een veranderende volatiliteit op de marktwaarde van de embedded optie af te dekken. Bij een dergelijke ingewikkeldere strategie wordt niet alleen delta hedging maar ook vega hedging

Figuur 1a. 1 jaars swaprente van november 1996 tot november 2004.

Figuur 1b. Impliciete volatiliteit van 1 jaars swaprente van november 1996 tot november 2004.

1 David Schrager is als derivative specialist werkzaam op de afdeling Quantitative Risk Analytics van ABN Amro. Tevens promoveert hij aan de UvA op de toepassing van financiële wiskunde binnen de verzekeringswereld.

2 De reden voor deze relatie is het niet opgaan van lognormaliteit van de rentestand terwijl dit wel door de Black-formule wordt aangenomen.

toegepast. Vega hedging wil zeggen dat de waarde van de totale portefeuille (embedded optie plus hedge) immuun wordt gemaakt voor veranderingen in de volatiliteit.

Nu verzekeraars hun verzekeringen op Fair Value-basis kunnen waarderen en een marktwaardebalans kunnen opstellen, is de volgende stap die van actief risicomanagement. Veel embedded opties hebben, bij benadering, een swaprente als onderliggende waarde, zie Plat (2005). Delta hedging kan dan uitgevoerd worden door middel van swaps. In de toekomst zou, mede gedreven door een roep om meer gedetailleerder risicomanagement en niet in de laatste plaats vanwege agressieve marketing van investment banks, een trend kunnen ontstaan om een vega hedge op te stellen met behulp van swaptions.

Laten we eens gedetailleerder naar de Black-formule voor de prijs van een (payer) swaption kijken. De prijs, *P*, als functie van de forward swaprente: *y*, de volatiliteit: *s*, de looptijd: *T* en de strike: *K*, is gelijk aan:

(1) $P(y,s,T,K) = PVBP\,\{ y\, N(d1) - K\, N(d2) \}$

(2) $d1 = [\, \ln(y/K) + 0.5\, s^2\, T\,] / [\, s\, T^{0.5}\,] \qquad d2 = d1 - s\, T^{0.5}$

met *N(.)* de cumulatief standaard normale verdeling en *PVBP* de present value of a basis point, een som van discountfactoren (zie ook Hull, 2005) die de waardeverandering van een standaardswap weergeeft bij een parallelle verschuiving van de rentetermijnstructuur met 1 basispunt. De delta van deze optie, Δ, is gelijk aan:

(3) $\Delta = N(d2) = \{ P(y+dy,s,T,K) - P(y,s,T,K) \} / dy$

waarbij *dy* klein is, bijvoorbeeld 0,1%. Het tweede deel van de formule geeft aan dat delta de afgeleide van de prijs naar de swaprente is. Analoog hieraan is vega de afgeleide van de prijs naar de volatiliteit.

DELTA HEDGING VAN VOLATILITEITSRISICO

Afgaande op figuur 1b zouden we kunnen denken dat volatiliteit een zeer stochastisch fenomeen is. Het risico van een onzekere volatiliteit op de marktwaarde van embedded opties mag zeker niet onderschat worden. Een vega-hedge-strategie met behulp van swaptions (zoals gezegd zijn dat standaardopties op swaps) is een oplossing om dat risico te verminderen.

Als we echter kijken naar figuur 2, zou het opzetten van een vega hedge misschien niet zo veel opleveren als we in eerste instantie (en op basis van figuur 1b) zouden verwachten. In figuur 2 is de impliciete volatiliteit van de swaprente uitgezet tegen de swaprente zelf. De puntenwolk komt overeen met de data gebruikt in de figuren 1a en 1b. De regressielijn zijn de gefitte waarden van de logregressie:

(4) $\ln[\, s(t)\,] = a + b \ln[\, y(t)\,] + e(t) \qquad t = 4$ nov. 1996 ... 15 nov. 2004

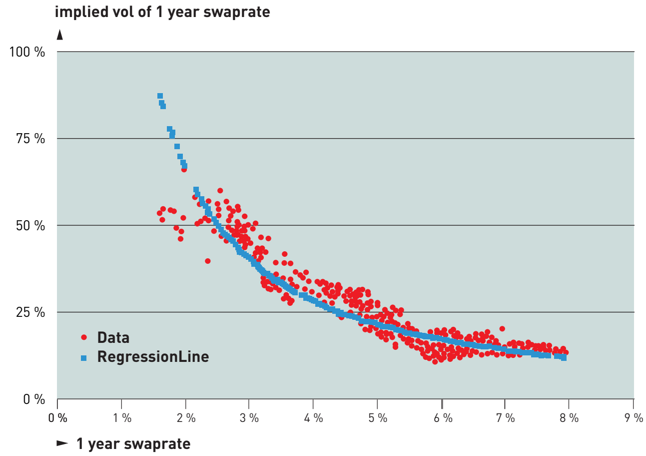
waarbij e(t) een storingsterm is en a = -5,23 en b = -1,23. Deze figuur illustreert dat de stochastiek rond de regressielijn een stuk kleiner is dan die in figuur 1b. Er blijkt een duidelijke relatie te bestaan tussen de impliciete Black-Scholes-volatiliteit en de rentestand[2]. Het zou zonde zijn om niets met deze informatie te doen. Wat nu als we de relatie in (4) gebruiken bij het opstellen van onze delta hedge?

De manier om deze relatie te gebruiken, is door delta als volgt te berekenen. We houden bij een verschuiving van de rente rekening met de relatie in (4):

(5) $\Delta^* = \{ P(y+dy,s^*,T,K) - P(y,s,T,K) \} / dy$

(6) $s^* = s\ \exp(\, b\, dy\,)$

Figuur 2. De volatiliteit uitgezet tegen de swaprente. De regressielijn stelt de gefitte waarden uit vergelijking (4) voor. Het verband tussen de swaprente en de volatiliteit is duidelijk te zien. Volatiliteit is niet zo stachastisch als in eerste instantie misschien wordt gedacht.



Het gebruik van deze nieuwe delta verhoogt de effectiviteit van de hedge aanzienlijk. We spelen nu in op een veranderende volatiliteit bij een veranderende rentestand! De toegevoegde waarde van een vega-hedgestrategie is aanzienlijk minder dan men zou kunnen denken.

CONCLUSIE

Dat embedded opties voor verzekeraars risico met zich meebrengen, is bekend. Na waardering is de volgende stap in het proces het managen van het risico. Hoewel zeker interessant vanuit theoretisch oogpunt, zijn het modelleren en hedgen van volatiliteitsrisico in de praktijk van het risicomanagement van een verzekeraar van minder belang. Vega hedgen introduceert een schijnzekerheid. De extra hedge wordt tenietgedaan door de onzekerheid in sterfte en snelheid van informatievoorziening. Zeker indien de relatie tussen rente en volatiliteit zoals hiervoor beschreven, wordt meegenomen in de delta-hedging-strategie. Het benodigde budget en de benodigde mankracht voor het managen van volatiliteitsrisico kunnen dan beter besteed worden aan een snelle informatievoorziening vanuit de administratie, zodat op elk moment bekend is hoe groot de risico's zijn die gehedged moeten worden. Hierdoor kan de delta hedge vaker worden bijgesteld op basis van nauwkeurige informatie, wat de uiteindelijke effectiviteit weer ten goede komt.

REFERENTIES

Bouwknegt, P, De ondergang van de Equitable, De Actuaris, november 2001.
Bouwknegt, P, Ingebouwde opties in levensverzekeringen, De Actuaris, juli 2003.
Hull, J, Options, futures and other derivatives, Prentice Hall, sixth edition 2005.
Plat, R, Analytische waardering van opties op u-rendement, De Actuaris, september 2005.